Einführung in die Theoretische Physik II
Elektrodynamik

Robi Banerjee
Hamburger Sternwarte
banerjee@hs.uni-hamburg.de

Spezielle Relativitätstheorie

3. ***Zur Elektrodynamik bewegter Körper;***
von A. Einstein.

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.

Albert Einstein
Analen der Physik (1905)

Spezielle Relativitätstheorie

und unsere Gleichungen nehmen die Form an:

$$X' = X, \qquad L' = L,$$

$$Y' = \beta\left(Y - \frac{v}{V}N\right), \qquad M' = \beta\left(M + \frac{v}{V}Z\right),$$

$$Z' = \beta\left(Z + \frac{v}{V}M\right), \qquad N' = \beta\left(N - \frac{v}{V}Y\right).$$

$$\mathbf{E} = (X, Y, Z)$$

$$\mathbf{B} = (L, M, N)$$

$$\beta = 1/(1-(\mathrm{v}/\mathrm{c})^2)^{1/2}$$

Zur Interpretation dieser Gleichungen bemerken wir folgendes. Es liegt eine punktförmige Elektrizitätsmenge vor, welche im ruhenden System K gemessen von der Größe „eins“ sei, d. h. im ruhenden System ruhend auf eine gleiche Elektrizitätsmenge im Abstand 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübe. Nach dem Relativitätsprinzip ist diese elektrische Masse auch im bewegten System gemessen von der Größe „eins“. Ruht diese Elektrizitätsmenge relativ zum ruhenden System, so ist definitionsgemäß der Vektor (X, Y, Z) gleich der auf sie wirkenden Kraft. Ruht die Elektrizitätsmenge gegenüber dem bewegten System (wenigstens in dem betreffenden Augenblick), so ist die auf sie wirkende, in dem bewegten System gemessene Kraft gleich dem Vektor (X', Y', Z'). Die ersten drei der obigen Gleichungen lassen sich mithin auf folgende zwei Weisen in Worte kleiden:

Spezielle Relativitätstheorie

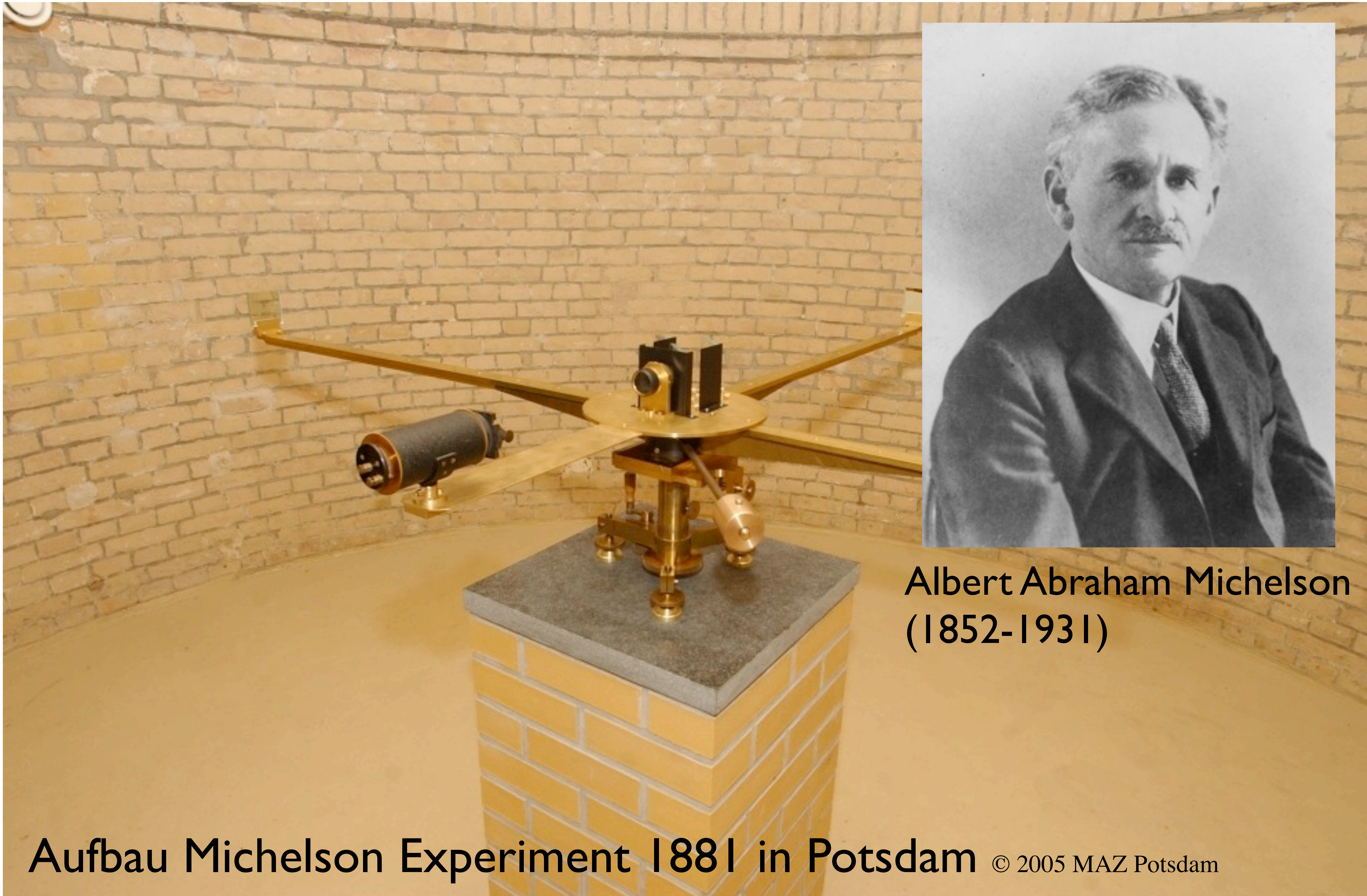
1. Ist ein punktförmiger elektrischer Einheitspol in einem elektromagnetischen Felde bewegt, so wirkt auf ihn außer der elektrischen Kraft eine „elektromotorische Kraft", welche unter Vernachlässigung von mit der zweiten und höheren Potenzen von v/V multiplizierten Gliedern gleich ist dem mit der Lichtgeschwindigkeit dividierten Vektorprodukt der Bewegungsgeschwindigkeit des Einheitspoles und der magnetischen Kraft. (Alte Ausdrucksweise.)

2. Ist ein punktförmiger elektrischer Einheitspol in einem elektromagnetischen Felde bewegt, so ist die auf ihn wirkende Kraft gleich der an dem Orte des Einheitspoles vorhandenen elektrischen Kraft, welche man durch Transformation des Feldes auf ein relativ zum elektrischen Einheitspol ruhendes Koordinatensystem erhält. (Neue Ausdrucksweise.)

Spezielle Relativitätstheorie

Aufbau Michelson Experiment 1881 in Potsdam

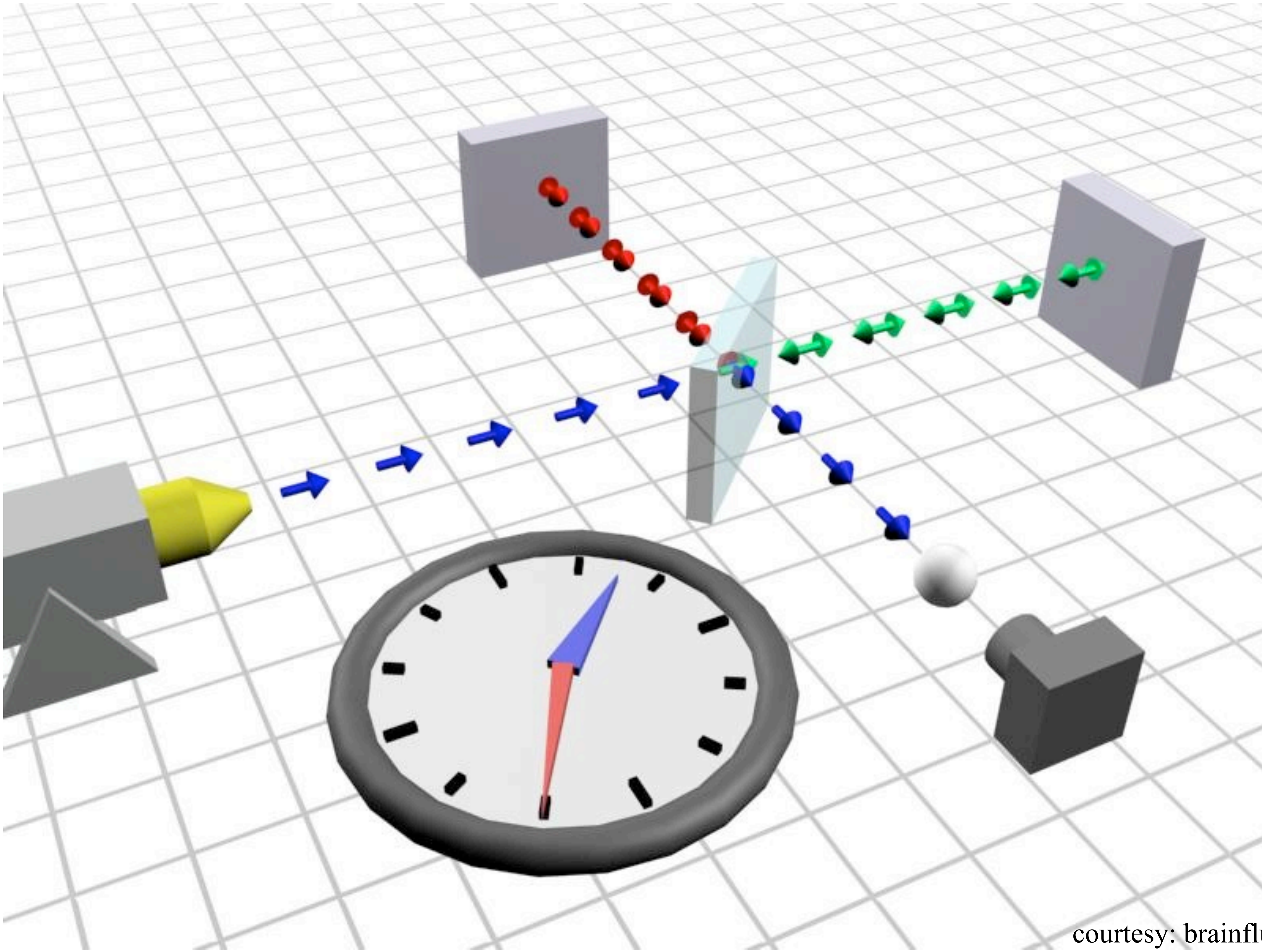
Spezielle Relativitätstheorie



Albert Abraham Michelson
(1852-1931)

Aufbau Michelson Experiment 1881 in Potsdam © 2005 MAZ Potsdam

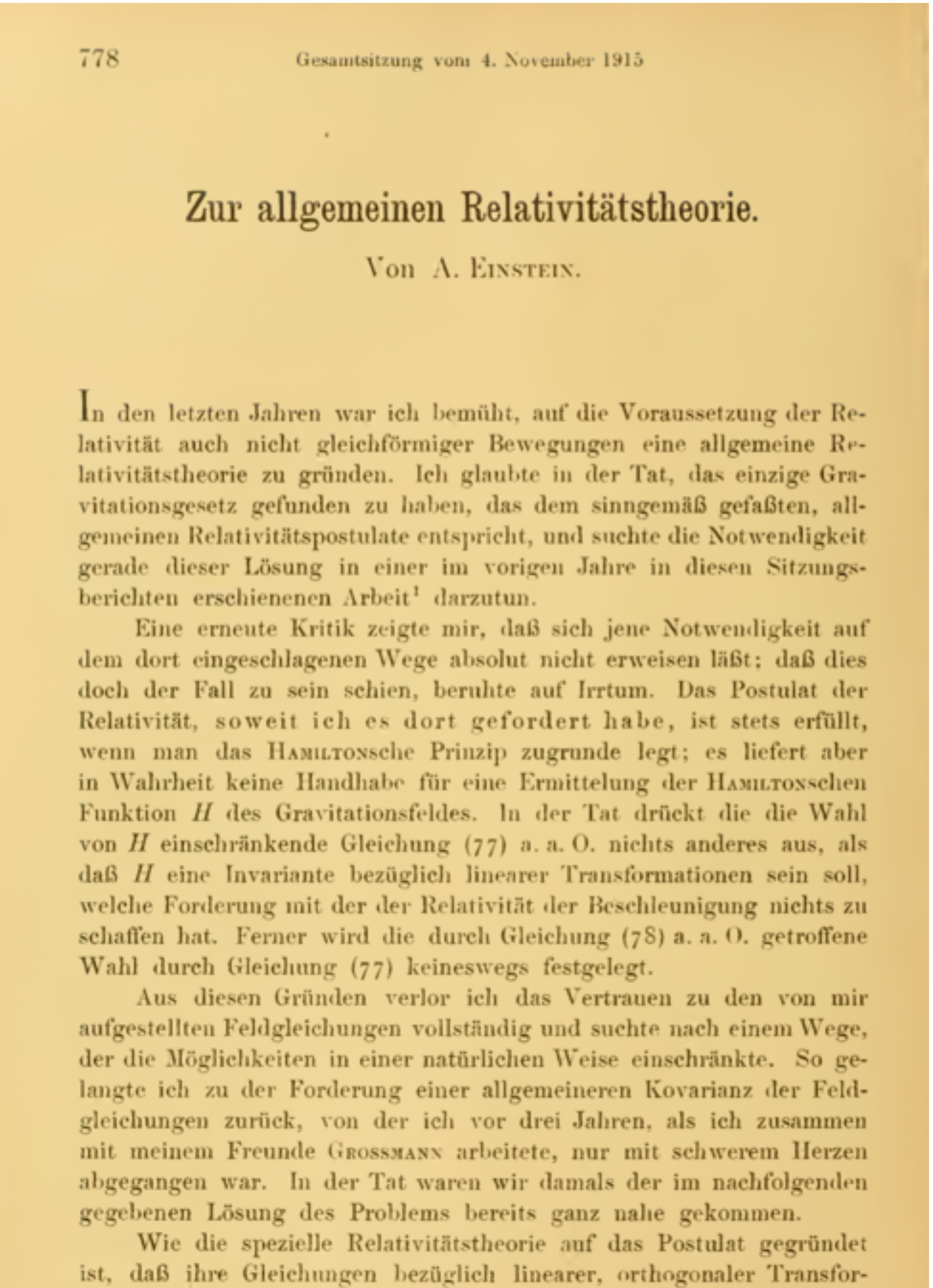
Spezielle Relativitätstheorie



courtesy: brainflux.org

Michelson-Morley Experiment

Allgemeine Relativitätstheorie



Zur allgemeinen Relativitätstheorie.

Von A. Einstein.

In den letzten Jahren war ich bemüht, auf die Voraussetzung der Relativität auch nicht gleichförmiger Bewegungen eine allgemeine Relativitätstheorie zu gründen. Ich glaubte in der Tat, das einzige Gravitationsgesetz gefunden zu haben, das dem sinngemäß gefaßten, allgemeinen Relativitätspostulate entspricht, und suchte die Notwendigkeit gerade dieser Lösung in einer im vorigen Jahre in diesen Sitzungsberichten erschienenen Arbeit[1] darzutun.

Eine erneute Kritik zeigte mir, daß sich jene Notwendigkeit auf dem dort eingeschlagenen Wege absolut nicht erweisen läßt; daß dies doch der Fall zu sein schien, beruhte auf Irrtum. Das Postulat der Relativität, soweit ich es dort gefordert habe, ist stets erfüllt, wenn man das Hamiltonsche Prinzip zugrunde legt; es liefert aber in Wahrheit keine Handhabe für eine Ermittelung der Hamiltonschen Funktion H des Gravitationsfeldes. In der Tat drückt die die Wahl von H einschränkende Gleichung (77) a. a. O. nichts anderes aus, als daß H eine Invariante bezüglich linearer Transformationen sein soll, welche Forderung mit der der Relativität der Beschleunigung nichts zu schaffen hat. Ferner wird die durch Gleichung (78) a. a. O. getroffene Wahl durch Gleichung (77) keineswegs festgelegt.

Aus diesen Gründen verlor ich das Vertrauen zu den von mir aufgestellten Feldgleichungen vollständig und suchte nach einem Wege, der die Möglichkeiten in einer natürlichen Weise einschränkte. So gelangte ich zu der Forderung einer allgemeineren Kovarianz der Feldgleichungen zurück, von der ich vor drei Jahren, als ich zusammen mit meinem Freunde Grossmann arbeitete, nur mit schwerem Herzen abgegangen war. In der Tat waren wir damals der im nachfolgenden gegebenen Lösung des Problems bereits ganz nahe gekommen.

Wie die spezielle Relativitätstheorie auf das Postulat gegründet ist, daß ihre Gleichungen bezüglich linearer, orthogonaler Transfor-

Einstein's ART Manuskript

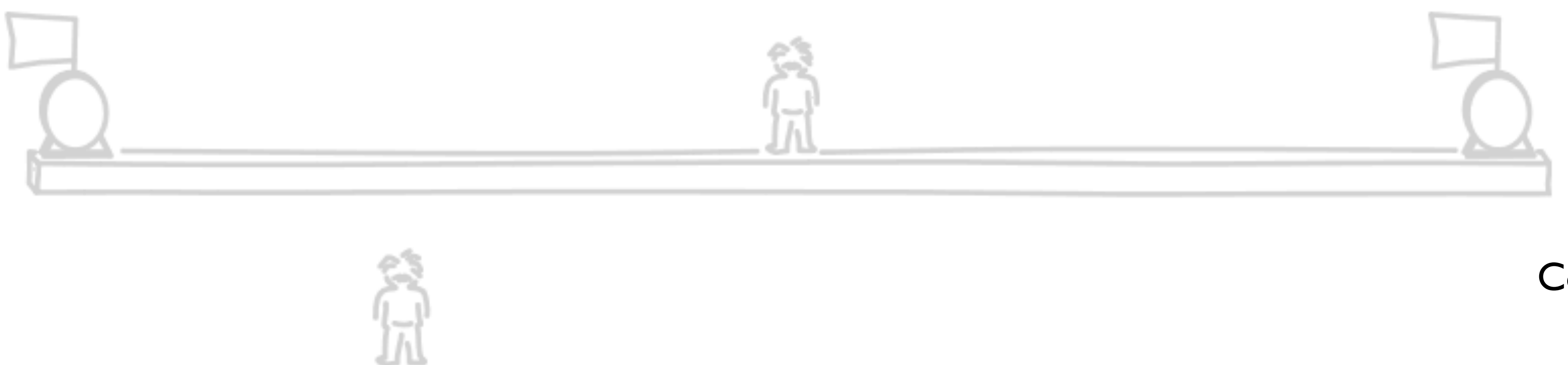
Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin), Seite 778-786, 1915

$\Longrightarrow$ Benennung von

- SRT: Lorentz-invariante, Newton Dynamik ohne Gravitation
- ART: Lorentz-invariante, Gravitatonstheorie

Spezielle Relativitätstheorie

aus Sicht des mitbewegten Beobachters

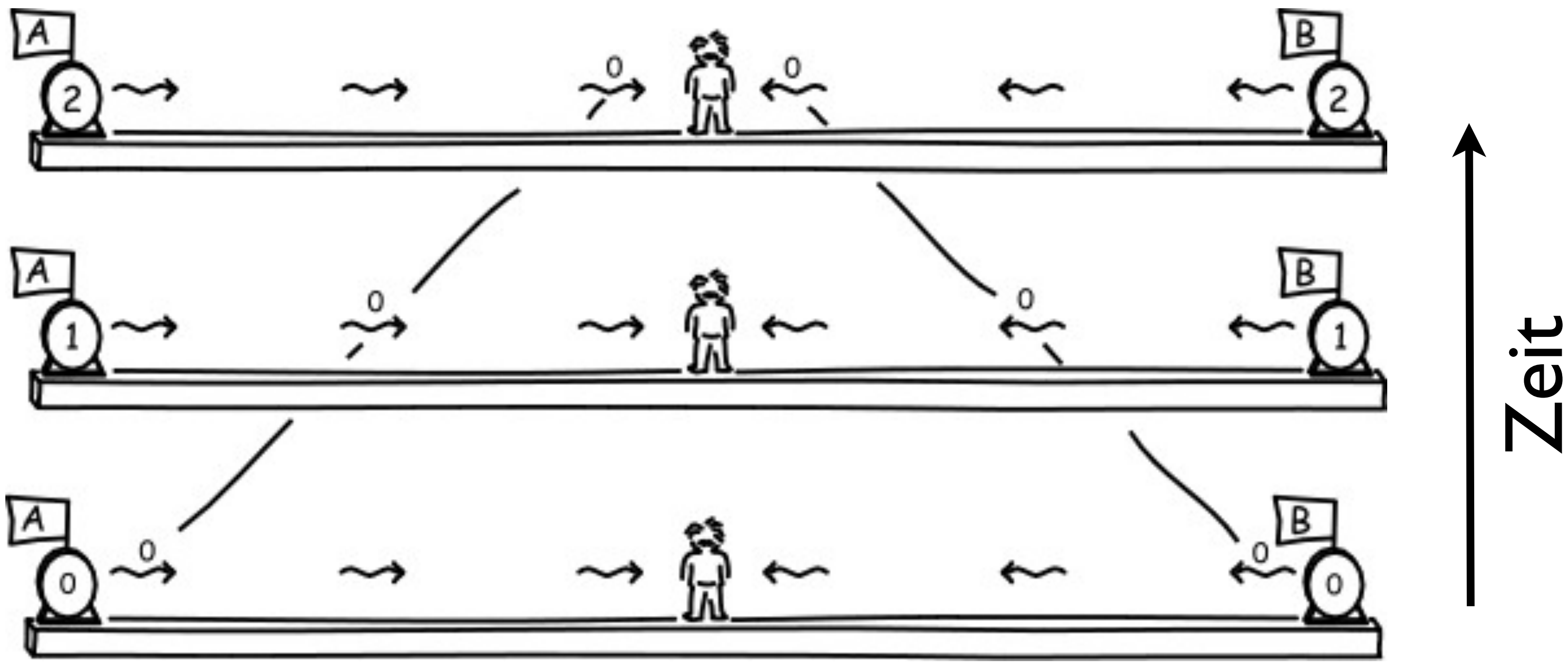


Courtesy: John D. Norton

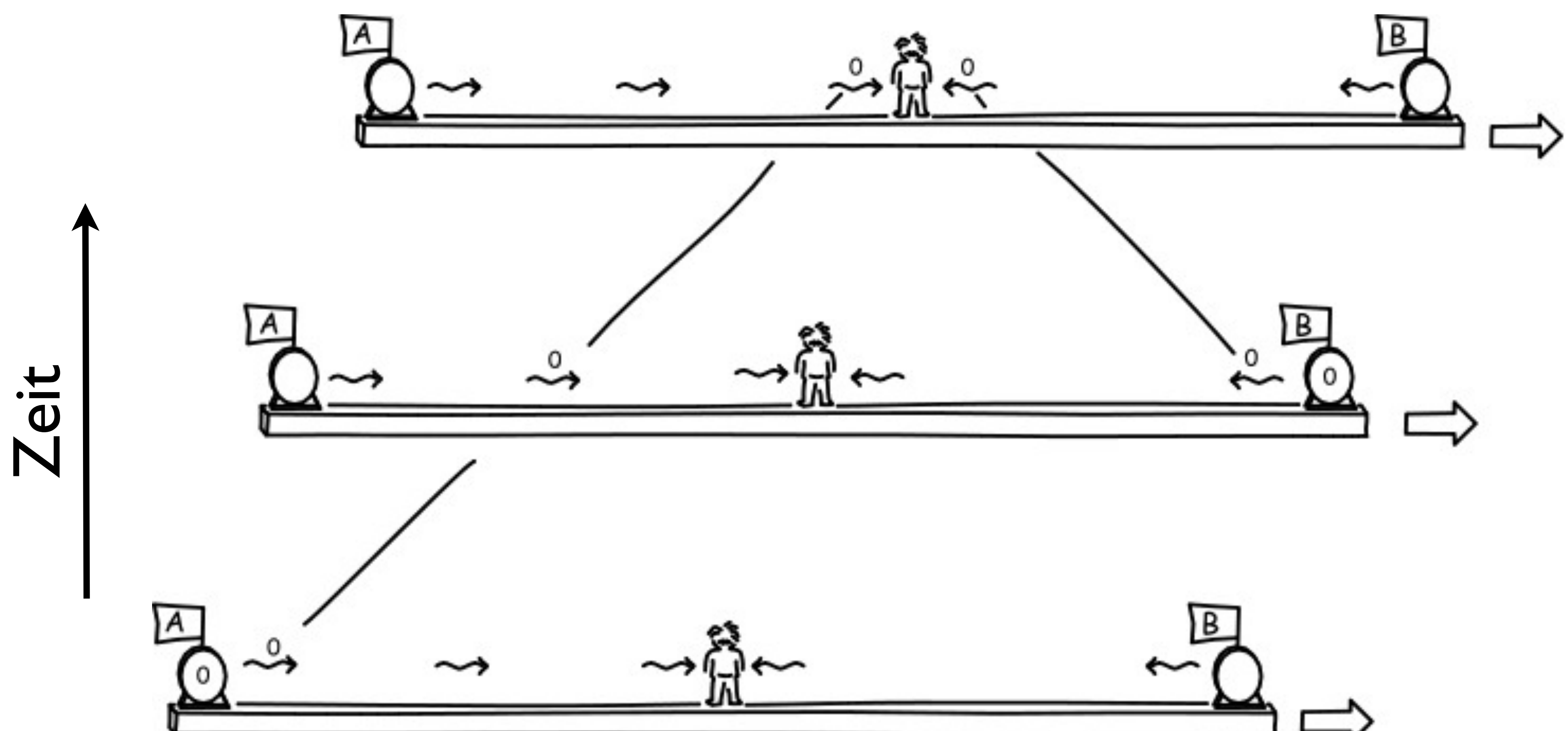
aus Sicht des externen Beobachters

$\Longrightarrow$ Konzept der *Gleichzeitigkeit* abhängig von Beobachter

Spezielle Relativitätstheorie



aus Sicht des mitbewegten Beobachters



aus Sicht des externen Beobachters

Courtesy: John D. Norton

Spezielle Relativitätstheorie

$\Longrightarrow$ Transformation von IS → IS'

mit konstanter Relativgeschwindigkeit v

(vgl. Galilei-Transformation: $x' = x - v{\cdot}t \;\; ; \;\; t' = t$)

$\Longrightarrow$ Transformation der Zeit-Koordinate $\boldsymbol{t}$ notwendig

$$\Longrightarrow (t, x, y, z) \;\rightarrow\; (t', x', y', z')$$

$\Longrightarrow$ effizienteste Beschreibung durch Vereinheitlichung von

Raum + Zeit

$\Longrightarrow$ **RAUMZEIT**

Spezielle Relativitätstheorie

$\Longrightarrow$ Minkowski Geometrie $\Longrightarrow$ flache **RAUMZEIT**

$\Longrightarrow$ Linienelement der Minkowski-Geometrie:

$$\mathrm{d}s^2 = c^2\mathrm{d}t^2 - \mathrm{d}x^2 - \mathrm{d}y^2 - \mathrm{d}z^2$$

$\Longrightarrow$ Koordinaten: 4er Ortsvektor

$$x^\mu = (ct, x, y, z) \qquad ; \ \mu = \{0,1,2,3\}$$

$\Longrightarrow$ Minkowski-Metrik:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

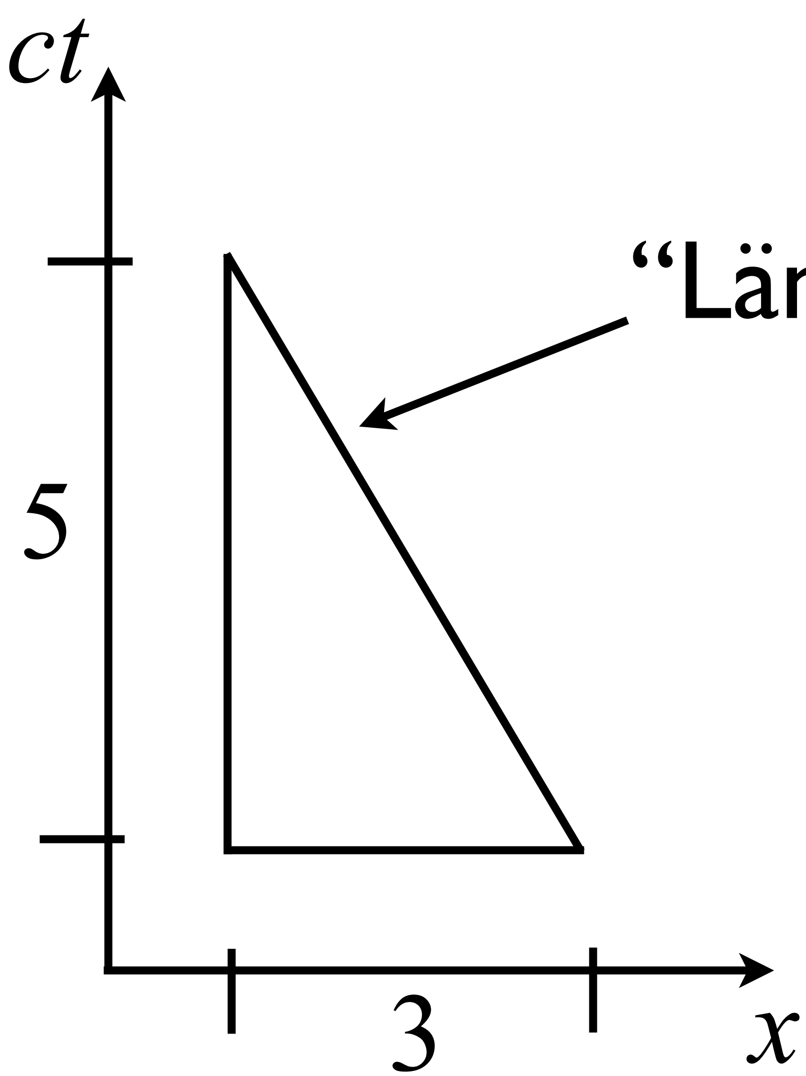
$\Longrightarrow$ Linienelement:

$$\mathrm{d}s^2 = g_{\mu\nu}\mathrm{d}x^\mu \mathrm{d}x^\nu$$

Minkowski Geometrie

$\Longrightarrow$ Linienelement der Minkowski-Geometrie / flache RAUMZEIT:

$$\mathrm{d}s^2 = c^2\mathrm{d}t^2 - \mathrm{d}x^2 - \mathrm{d}y^2 - \mathrm{d}z^2$$



"Länge" = $\sqrt{5^2 - 3^3} = 4 \quad \neq \quad \sqrt{5^2 + 3^3} = 5.83$

Lorentztransformation

Lorentztransformation: Geschwindigkeit v in x-Richtung

$$\begin{aligned} t' &= \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}\,x\right) \\ x' &= \gamma\,(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}$$

Inverse LT: $\mathrm{v} \longrightarrow -\mathrm{v}$

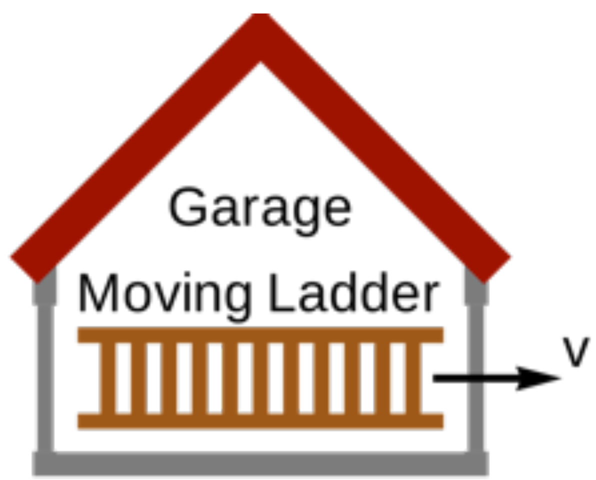
$$\begin{aligned} t &= \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}\,x'\right) \\ x &= \gamma\,(x' + vt') \end{aligned}$$

mit Lorentzfaktor: $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

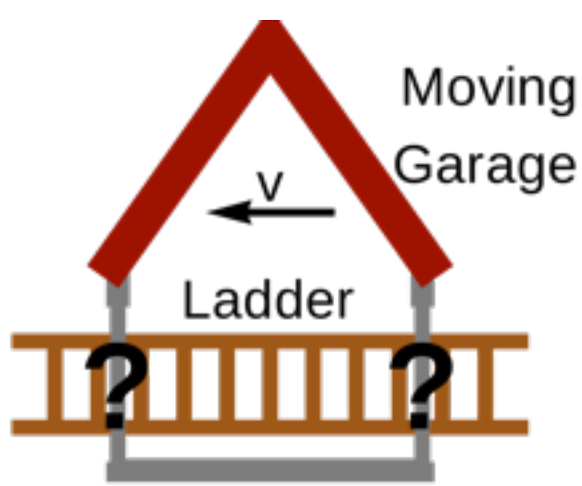
Lorentztransformation

rod-in-a-barn paradox

0) Scheune **und** Leiter in Ruhe



1) bewegte Leiter: *Längenkontraktion*

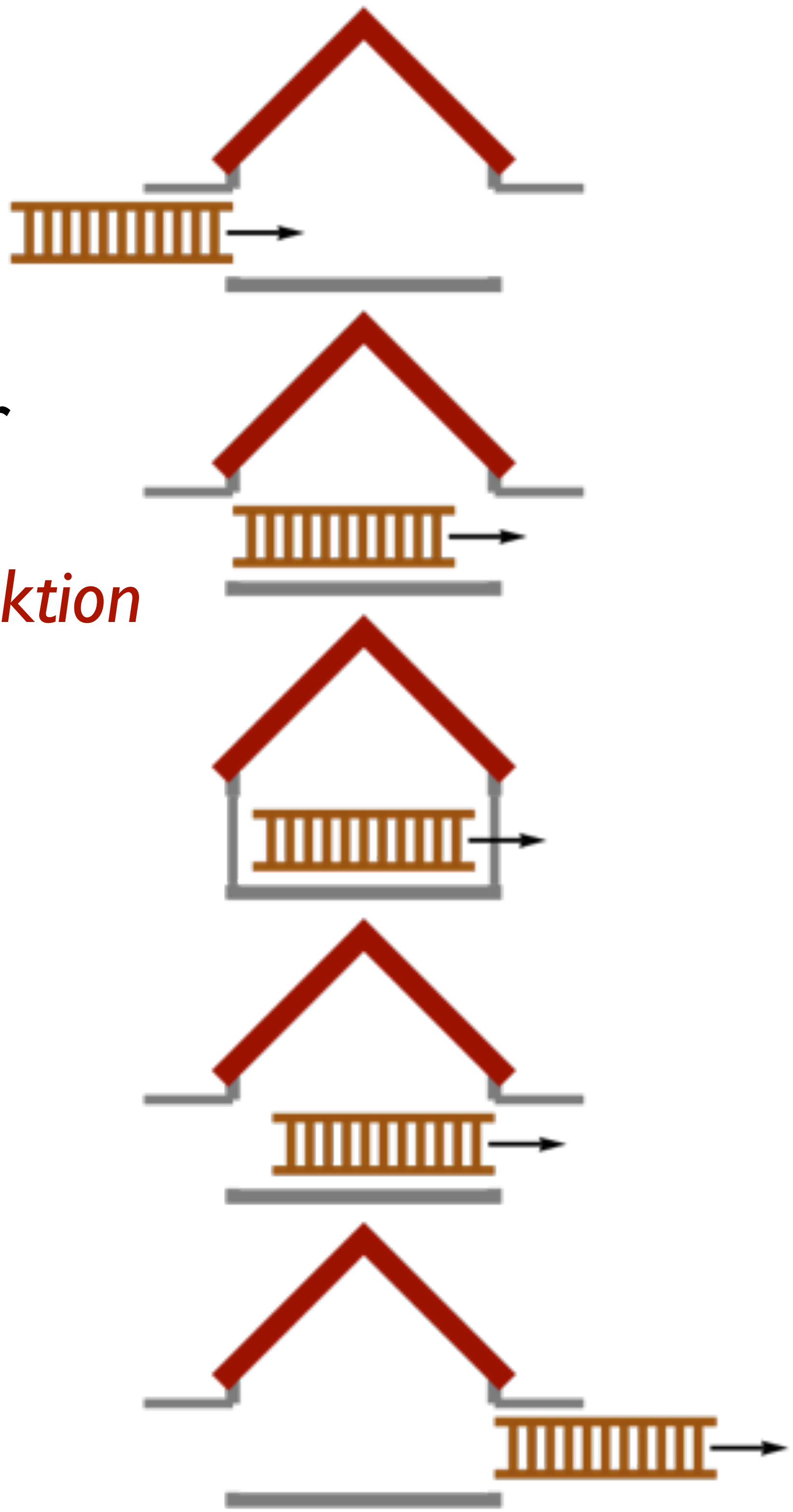


2) bewegte Scheune: auch *Längenkontraktion*

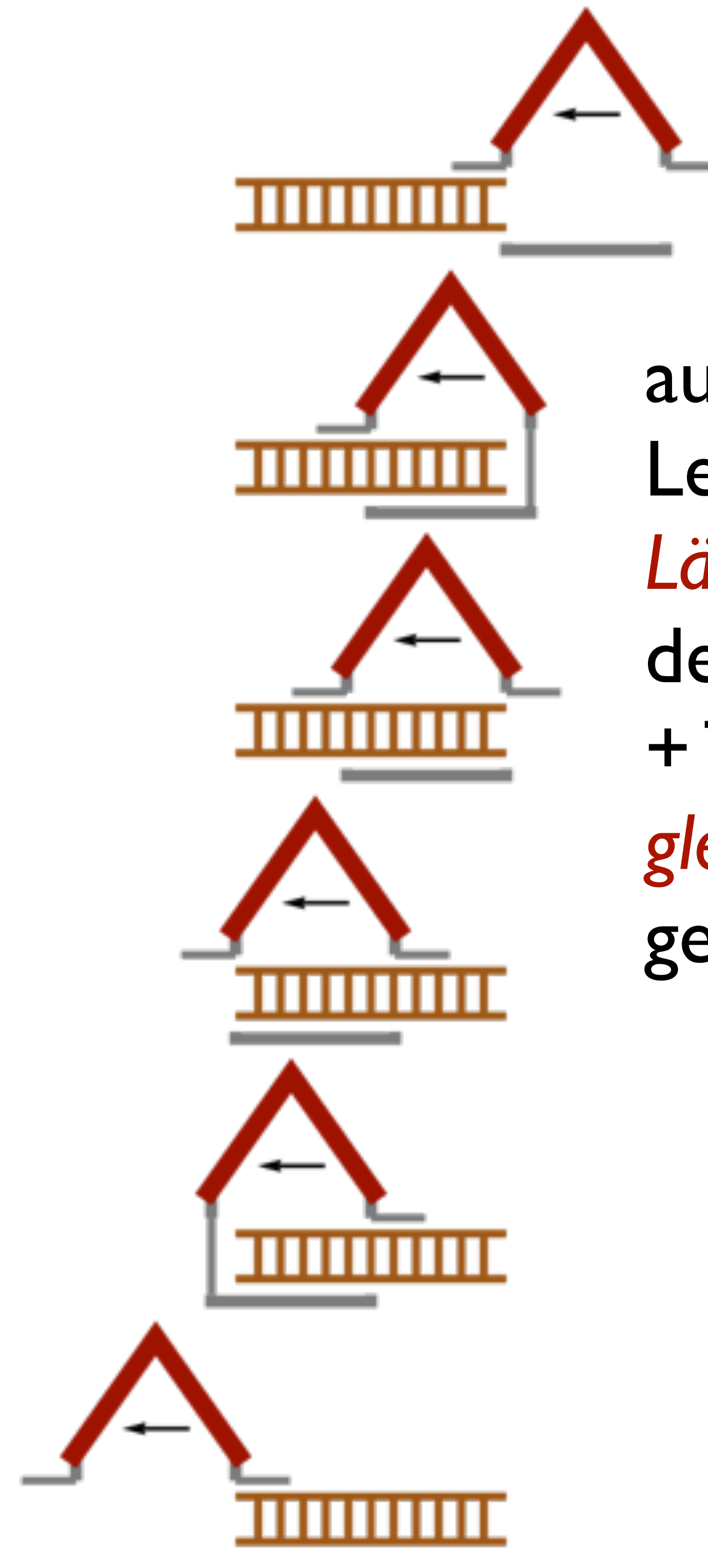
Bilder: *wikipedia*

Lorentztransformation

rod-in-a-barn paradox



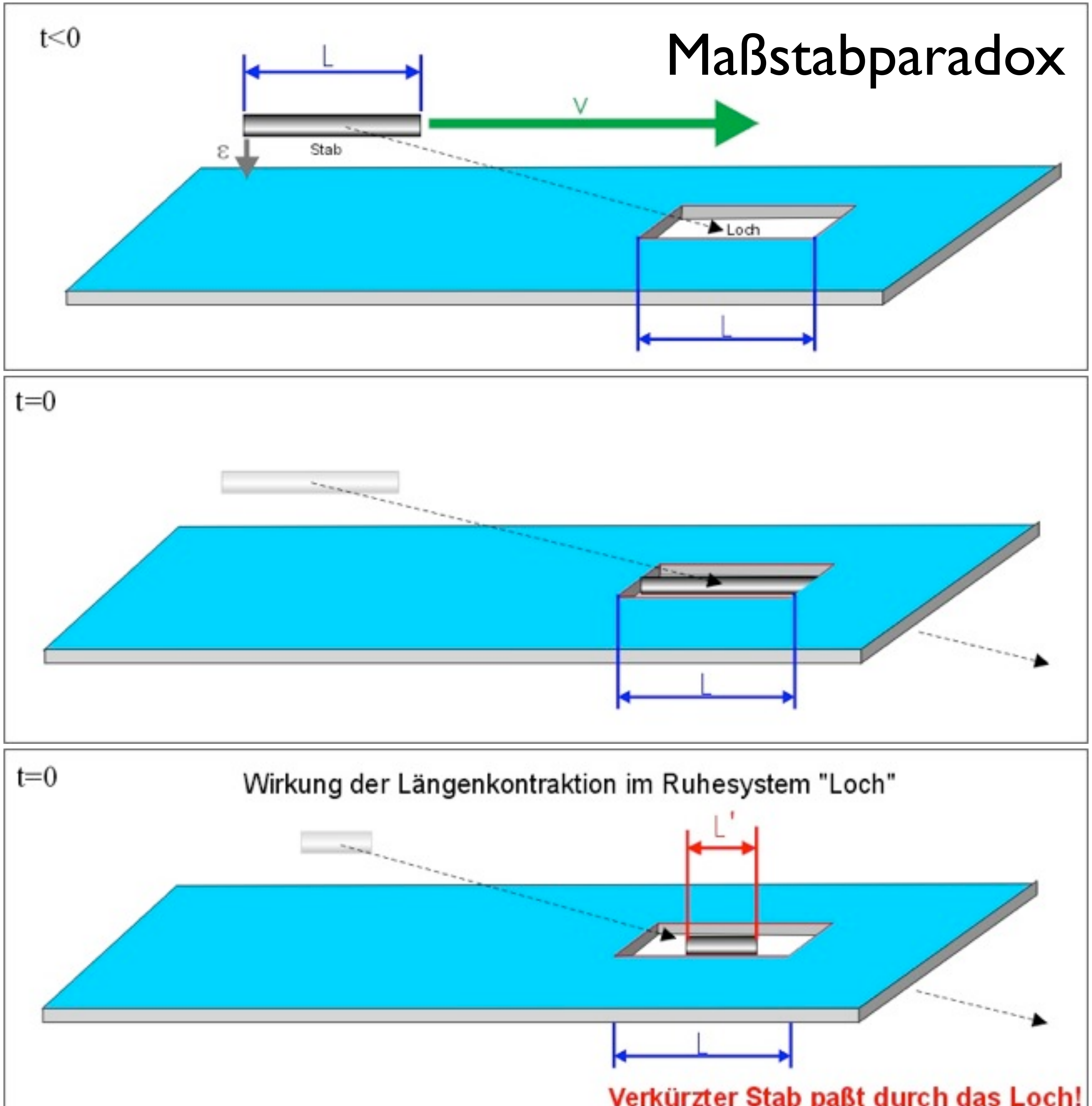
aus Sicht der Scheune: *Längenkontraktion* der Leiter + Tore sind *gleichzeitig* geschlossen



aus Sicht der Leiter: *Längenkontraktion* der Scheune + Tore sind *nicht gleichzeitig* geschlossen

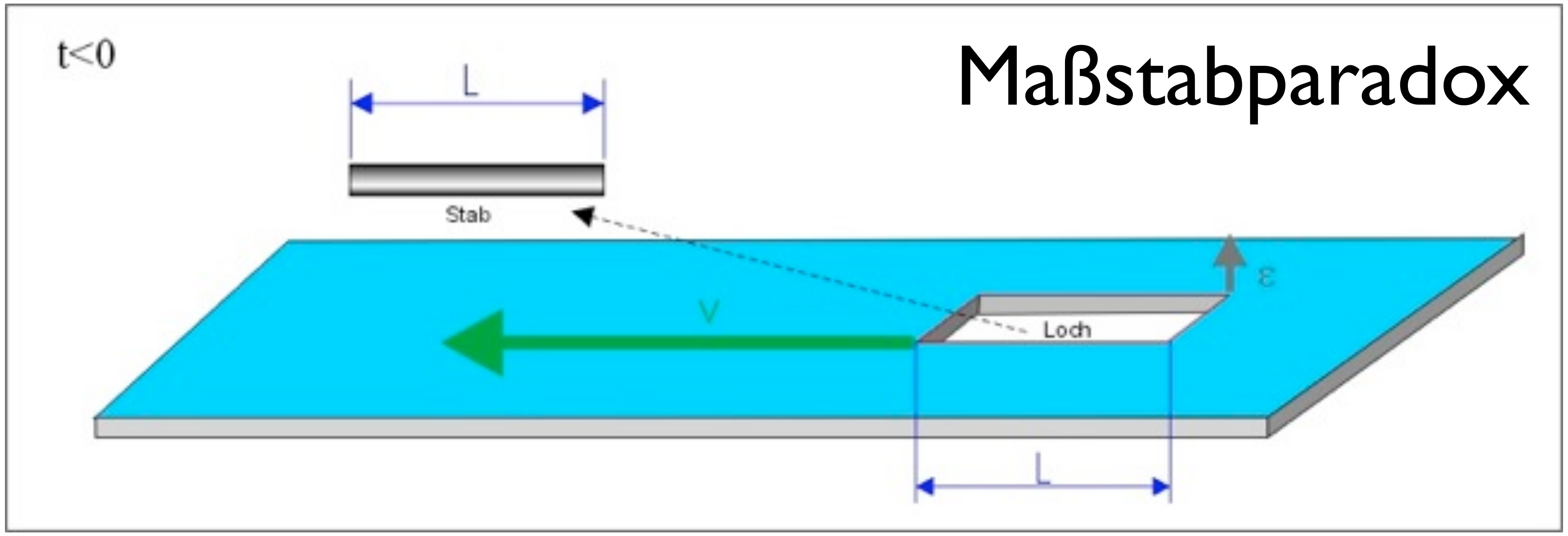
Bilder: *wikipedia*

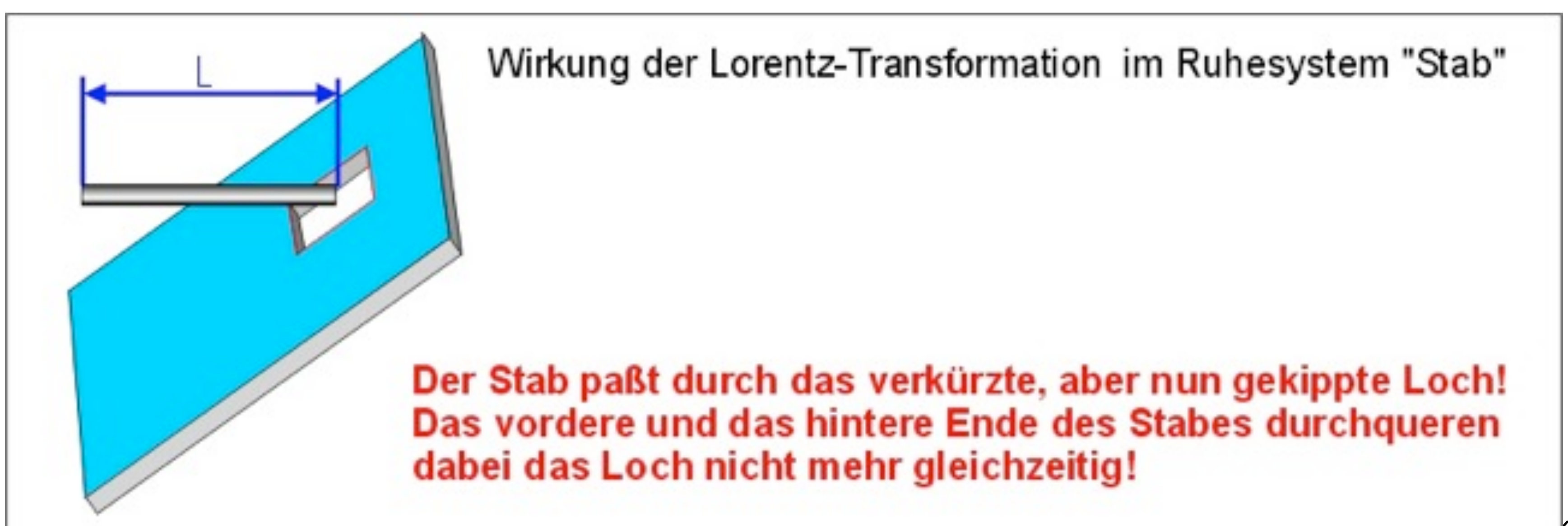
Lorentztransformation



Bilder: *wikipedia*

Lorentztransformation





Bilder: *wikipedia*