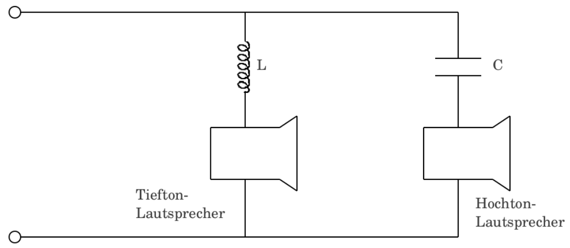
Übungen zur Physik II - SS 2016

11. Übungsblatt

Abzugeben in der Vorlesung um 14:00 Uhr am Dienstag, den 28.06.2016

Aufgabe 1: Zweiwege-Lautsprecher (8 Punkte)

In Lautsprecherboxen wird häufig der gesamte Übertragungsbereich zwischen einem Tiefton- und einem Hochtonlautsprecher aufgeteilt, eine besonders einfache Frequenzweiche trennt die Bereiche lediglich mit einer Induktivität und einer Kapazität. Die Impedanzen der beiden Lautsprecher sollen der Einfachheit halber rein ohmsch ($R = 8\Omega$) angenommen werden.



a) Welche Induktivität und Kapazität werden für eine Trennfrequenz $w_T = 2000\mathrm{s}^{-1}$ benötigt, wenn für die Trennfrequenz $w_T = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ und $L = \frac{R}{w_T}$ gilt? (**2 Punkte, A**)

b) Welche Ströme und Phasenverschiebungen ergeben sich in den beiden Lautsprechern als Funktion der Frequenz, insbesondere für $w << w_T$, $w = w_T$ und $w >> w_T$? (**4 Punkkte, B**)

c) Wie ändern sich Gesamtimpedanz, Gesamtleistung und Phasenverschiebung mit der Frequenz? Was bedeutet das für die Schallabstrahlung? (**2 Punkte, B**)

Aufgabe 2: Elektromagnetische Welle (8 Punkte)

Die Komponenten eines elektrischen Feldes $\vec{E}$ und eines magnetischen Feldes $\vec{B}$ seien gegeben durch

$$E_x = E_0 \sin(kz - \omega t) \qquad E_y = \tfrac{1}{2}E_0 \cos(kz - \omega t) \qquad E_z = 0$$
$$B_x = -\tfrac{1}{2}\cos(kz - \omega t) \qquad B_y = B_0 \sin(kz - \omega t) \qquad B_z = 0$$

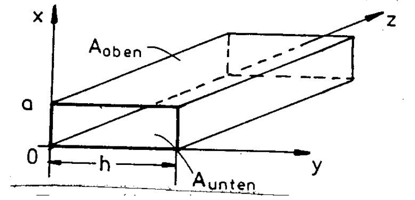
a) Genügt jedes dieser Felder separat der Wellengleichung? (**2 Punkte, A**)

b) Erfüllen $\vec{E}$ und $\vec{B}$ gemeinsam die MAXWELL'schen Gleichungen? (**4 Punkte, B**)

c) Skizzieren Sie die Feldkomponenten im Raum für verschiedene Zeiten ($t = 0$ und $t = \frac{\pi}{2\omega}$) und geben Sie die Polarisationsart der Welle an. (**2 Punkte, B**)

Aufgabe 3: Wellenleiter (8 Punkte)

Ein Wellenleiter besteht aus einem Metallrohr mit rechteckigem Querschnitt der Breite a und der Höhe h.
Eine elektromagnetische Welle breitet sich darin in z-Richtung aus.



a) Zeigen Sie, dass das $\vec{E}$-Feld mit den Komponenten

$$E_x = 0, \quad E_y = E_0 \cdot \sin(k_x \cdot x) \cdot \cos(k_z \cdot z - \omega \cdot t), \quad E_z = 0$$

die Wellengleichung erfüllt, und bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen ω, k_x und k_z. (**2 Punkte, A**)

b) Für welche Werte von k_x kann die Randbedingung $E_y = 0$ an der oberen und unteren Leiterfläche ($A(a, y, z)$ und $A(0, y, z)$) erfüllt werden? (**2 Punkte, A**)

c) Bestimmen Sie die Phasengeschwindigkeit v_p und die Gruppengeschwindigkeit v_g sowie das Produkt $v_p \cdot v_g$ für den kleinstmöglichen Wert von k_x (siehe b)).*(Hinweis: $v_p = \omega/k$ und $v_g = d\omega/dk$)* (**2 Punkte, B**)

d) Wie groß ist die untere Grenzfrequenz dieses Wellenleiters? (**2 Punkte, B**)

Aufgabe 4: Fouriertransformation (8 Punkte)

a) Zeigen Sie explizit, dass

$$\hat{F}[g](\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} t_0^2 \,\mathrm{sinc}^2(\mathrm{x}) \tag{1}$$

gilt. Wobei $g(t)$ die Autokorrelation der Rechteckfunktion ($f(t) = 1$ für $|t| \leq t_0/2$) ist:

$$g(t) = \begin{cases} t_0 - |t| & \text{für} \quad -t_0 \leq t \leq t_0 \\ 0 & \text{für} \quad |t| > t_0 \end{cases} \tag{2}$$

(Hutfunktion) und $x = \omega t_0/2$, $\mathrm{sinc(x)} = \sin(\mathrm{x})/\mathrm{x}$.

Verwenden Sie die Fouriertransformation

$$\hat{F}[f](\omega) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t\, e^{i\omega t} f(t) \tag{3}$$

(**3 Punkte,B**)

b) Zeigen Sie, dass

$$\hat{\Phi}(\mathbf{k}) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{q}{k^2} \tag{4}$$

($k = |\mathbf{k}|$) die Lösung der Poisson-Gleichung

$$\Delta\Phi(\mathbf{x}) = -4\pi\, \rho(\mathbf{x}) \tag{5}$$

im k-Raum für eine Punktladung im Ursprung

$$\rho(\mathbf{x}) = q\, \delta(\mathbf{x}) \tag{6}$$

ist. Verwenden Sie die Fouriertransformation in 3D

$$\hat{F}[f](\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}^3x\, e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) \tag{7}$$

(**2 Punkte, B**)

c) Verwenden Sie die Lösung im k-Raum, um das Potential im Ortsraum durch Rücktransformation zu bestimmen (verwende Kugelkoordinaten für diese Rechnung). (**2 Punkte, B**)