

Theoretische Physik I: Theoretische Mechanik & Elektrodynamik

Wintersemester 2017/18

Dozent: Robi Banerjee (banerjee@hs.uni-hamburg.de)

Blatt #2

Abgabe: 30.10.2017 **vor** der Vorlesung

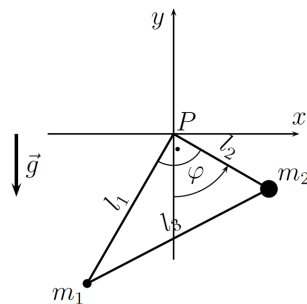
Abgaben werden nur mit Name/Matrikelnummer und Angabe der Gruppe akzeptiert.

1. Zwangsbedingungen und Energieerhaltung

Zeige, dass die Gesamtenergie eines konservativen Systems mit *skleronomen* Zwangsbedingungen erhalten bleibt.

3 Punkte

2. Zwangsbedingungen und Lagrange-Methode, Problem I

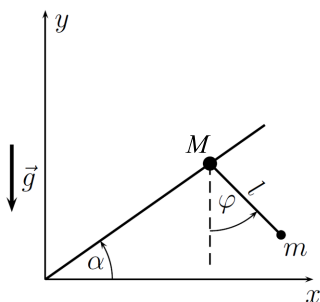


Betrachte das in der Abbildung dargestellte Pendel. Die beiden Massen m_1 und m_2 sind mit einer masselosen starren Stange (der Länge l_3) verbunden und mit Hilfe zweier rechtwinklig angeordneter Stangen gleicher Art (mit den Längen l_1 und l_2) im Punkt P schwingfähig aufgehängt.

- Stelle die drei Zwangsbedingungen auf.
- Ermittle die resultierende Bewegungsgleichung für die generalisierte Koordinate φ mit Hilfe der Lagrange-Gleichung zweiter Art.
- Bestimme die Schwingungsfrequenz um die stabile Gleichgewichtslage.

1+2+3 = 6 Punkte

3. Zwangsbedingungen und Lagrange-Methode, Problem II



Ein Massenpunkt der Masse M bewege sich unter dem Einfluss der Schwerkraft auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α . An diesem Massenpunkt sei ein ideales Fadenpendel (masseloser Faden der Länge l) befestigt.

- (a) Stelle die Zwangsbedingungen auf.
- (b) Ermittle die Bewegungsgleichung mit Hilfe der Lagrange-Gleichung zweiter Art.
- (c) Es gibt eine Bahnkurve mit Winkel $\varphi(t) = \text{const.}$ Bestimme diese. Löse dann die Bewegungsgleichungen für kleine Schwingungen des Massenpunktes m um diesen Winkel unter der Voraussetzung, dass $m \ll M$ gilt.

1+2+3 = 6 Punkte

4. Kepler-Problem

- (a) Stelle die Lagrange-Funktion für das „Kepler-Problem“ auf. Betrachte dazu das reduzierte Ein-Körper-System mit dem Potential

$$V(\mathbf{x}) = V(r) = -\frac{\gamma}{r} \quad ; \quad \gamma > 0.$$

Verwende *Kugelkoordinaten* als generalisierte Koordinaten!

- (b) Gib die *zyklische* Koordinate an und diskutiere die Bedeutung der zugehörigen Erhaltungsgröße.
- (c) Begründe, warum ohne Beschränkung der Allgemeinheit eine Bewegung nur in der x - y -Ebene ($\vartheta = \pi/2$) angenommen werden kann.

2+2+1 = 5 Punkte