

# Theoretische Physik I: Theoretische Mechanik & Elektrodynamik

Wintersemester 2017/18

Dozent: Robi Banerjee (banerjee@hs.uni-hamburg.de)

## Blatt #3

Abgabe: 06.11.2017 **vor** der Vorlesung

Abgaben werden nur mit Name/Matrikelnummer und Angabe der Gruppe akzeptiert.

### 1. Lagrange-Gleichungen, Problem I

Betrachte eine Masse  $m$ , die sich in zwei Dimensionen mit der potentiellen Energie  $V(x, y) = \frac{1}{2}kr^2$  (es sei  $r^2 = x^2 + y^2$ ) bewegt. Formuliere die Lagrange-Funktion und gib die resultierenden Lagrange-Gleichungen zweiter Art in  $x$  und  $y$  an. Interpretiere die Lösung hinsichtlich der Bahnkurve der Masse  $m$ .

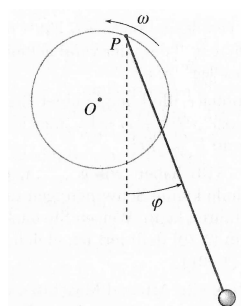
**3 Punkte**

### 2. Lagrange-Gleichungen, Problem II

- Stelle die Lagrange-Funktion  $L(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2)$  für zwei Teilchen gleicher Masse auf, die sich nur entlang der  $x$ -Achse bewegen können und durch eine Feder (die Länge im entspannten Zustand sei  $l$ ) der potentiellen Energie  $V = \frac{1}{2}kx^2$  verbunden sind. Dabei bezeichnet  $x = x_1 - x_2 - l$  die Auslenkung der Feder.
- Formuliere die Lagrange-Funktion mit zwei neuen Variablen  $X = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$  (Ort des Schwerpunktes) sowie der Auslenkung  $x$  und gib die beiden Lagrange-Gleichungen zweiter Art an.
- Löse die Gleichungen für  $X(t)$  und  $x(t)$  und vergleiche das Ergebnis mit dem einfachen Fall einer Masse an einer Feder (siehe auch Aufgabe 1).

**2+2+2 = 6 Punkte**

### 3. Lagrange-Gleichungen, Problem III



Ein Fadenpendel (Masse  $m$ , Länge  $l$ ) sei am Rand eines mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotierenden Rades (Radius  $R$ ) befestigt. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  sei der Punkt  $P$  auf gleicher Höhe mit  $O$  auf der rechten Seite. Formuliere die Lagrange-Funktion sowie die Lagrange-Gleichung zweiter Art für den Winkel  $\varphi$ . Überprüfe das Ergebnis für den Spezialfall  $\omega = 0$ .

**5 Punkte**

### 4. Lagrange-Gleichungen, Problem IV

Zwei Massen mit  $m_1 = m_2 = m$  sind durch einen masselosen Faden der Länge  $L$  miteinander verbunden, der durch ein Loch in einer reibungsfreien horizontalen Tischplatte verläuft. Die erste Masse gleitet auf dem Tisch, während sich die zweite unter dem Tisch vertikal auf und nieder bewegt.

- Die Masse auf dem Tisch sei mit den Polarkoordinaten  $r$  und  $\varphi$  beschrieben. Formuliere damit die Lagrange-Funktion für das System unter der Annahme, dass der Faden stets straff bleibt.
- Stelle die beiden Lagrange-Gleichungen zweiter Art auf und interpretiere die Gleichung für  $\varphi$ .
- Drücke  $\dot{\varphi}$  mit Hilfe des Drehimpulses  $l$  aus und eliminiere  $\dot{\varphi}$  aus der Lagrange-Gleichung für  $r$ . Berechne daraus den Wert für  $r = r_0$ , bei dem sich die obere Masse auf einer kreisförmigen Bahn bewegen kann. Was besagt die resultierende Bedingung in Bezug auf das Kräftegleichgewicht?

**2+2+2 = 6 Punkte**