Theoretische Physik I: Theoretische Mechanik & Elektrodynamik

Wintersemester 2017/18

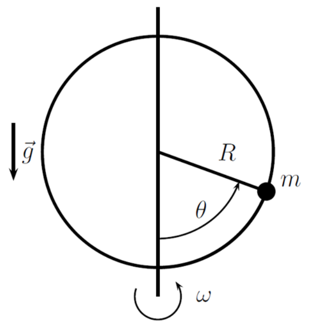
Dozent: Robi Banerjee (banerjee@hs.uni-hamburg.de)

Blatt #4

Abgabe: 13.11.2017 **vor** der Vorlesung

Abgaben werden nur mit Name/Matrikelnummer und Angabe der Gruppe akzeptiert.

1. **Lagrange-Gleichungen mit rheonomer Zwangsbedingung**



Eine Perle der Masse m gleite reibungsfrei auf einem Drahtring mit dem Radius R. Der Ring rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um seinen Durchmesser im Schwerefeld $\mathbf{g}$.

(a) Formuliere die Zwangsbedingungen.

(b) Führe geeignete verallgemeinerte Koordinaten ein und stelle damit die Lagrange-Funktion auf.

(c) Wie lauten die Lagrange-Gleichungen zweiter Art?

(d) Betrachte den Fall kleiner Frequenzen $\omega^2 \leq g/R$. Bestimme die Gleichgewichtsposition θ_0 am Ring und berechne $\theta(t)$ für kleine Auslenkungen, indem die Bewegungsgleichung nach δ entwickelt wird. Die Anfangsbedingungen seien $\dot{\theta}(0) = 0$ und $\theta(0) = \theta_0 + \delta$ mit $\delta \ll 1$.

1+1+1+3 = 6 Punkte

2. **Lagrange-Gleichungen mit Dissipationsfunktion**

   Wie lauten die Lagrange-Gleichungen eines Teilchens der Masse m, das mit Gleitreibung auf einer schiefen Ebene rutscht, die den Steigungswinkel α hat? Die Dissipationsfunktion lautet in diesem Fall $D = \mu m g v \cos\alpha$, wobei μ als Gleitreibungskoeffizient bezeichnet wird. Die Lösung der resultierenden Differentialgleichungen ist ein nicht-triviales Problem und daher kein Teil der Aufgabe. (Hinweis: Verwende verallgemeinerte Koordinaten (x,y) derart, dass die x-Achse horizontal und die y-Achse hangaufwärts entlang der Ebene orientiert ist.)

   3 Punkte

3. **Lagrange-Multiplikatoren, Problem I**

   Zwei Massen m_1 und m_2 seien über einen Faden verbunden. Die erste Masse liege auf einem reibungsfreien Tisch, während die zweite Masse nach unten hängt, wobei der Faden über eine reibungsfreie Rolle geführt wird. Als Koordinaten x und y soll der jeweilige Abstand von der Umlenkrolle verwendet werden.

   (a) Stelle die Lagrange-Funktion sowie die Zwangsbedingungen in differentieller Form auf, um die Lagrange-Gleichungen erster Art zu formulieren.

   (b) Löse die Gleichungen nach $\ddot{x}$, $\ddot{y}$ und dem Lagrange-Multiplikator λ auf.

   (c) Gib die Zugkräfte auf die beiden Massen an.

   3+2+1 = 6 Punkte

4. **Lagrange-Multiplikatoren, Problem II**

   Ein Stabpendel (der Länge l) soll mit Hilfe rechtwinkliger Koordinaten x und y beschrieben werden. Stelle die Lagrange-Funktion auf und betrachte die Zwangsbedingung $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2} = l$.

   (a) Formuliere die beiden Lagrange-Gleichungen erster Art und gib die Zugkraft mit Hilfe des Lagrange-Multiplikators an.

   (b) Zeige, dass auch die modifizierte Zwangsbedingung $f'(x,y) = x^2 + y^2 = l^2$ zu denselben physikalischen Ergebnissen führt.

   3+2 = 5 Punkte